июнь 2020

Контрольная работа
для проведения вступительных испытаний при приеме лиц
в X класс для получения общего среднего образования
в ГУО «Минское областное кадетское училище»
по учебному предмету «Математика»

Вариант 1

1. Выберите верное равенство:

   а) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{2c}$; б) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$;

   в) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$; г) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c^2}$.
2. В треугольнике ABC $<C=90^\circ$, $AB=6$ см, $\cos A = \frac{2}{3}$. Найдите длину катета AC.
3. Найдите корни уравнения $\frac{4}{x+1} - \frac{4}{1-x} = 3$
4. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$.
5. В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 12 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант 2

1. Выберите верное равенство:

   а) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{m+n}{2k}$; б) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{m+n}{k}$;

   в) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{mn}{k}$; г) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{mn}{k^2}$;
2. В треугольнике ABC $<C=90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{8}$, $AB=24$ см. Найдите длину катета BC.
3. Найдите корни уравнения $\frac{8}{3-x} - \frac{8}{x+3} = 5$
4. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$.
5. В прямоугольной трапеции большее основание равно 24 см, радиус вписанной окружности равен 6 см. Найдите площадь трапеции.

чэрвень 2020

Контрольная работа
для правядзення зступных іспытаў пры прыёме асоб
у X клас для атрымання агульнай сярэдняй адукацыі
у ДУА «Минскае абласное кадэцкае вучылишча
по вучэбным прадмеце «Матэматыка»

Варыянт 1

1. Адзначце правільную роўнасць:

   а) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{2c}$; б) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$;

   в) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$; г) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c^2}$.

2. У трохвугольніку ABC $<C$=90°, AB=6 см, $\cos A = \frac{2}{3}$. Знайдзіце даўжыню катэта AC.
3. Знайдзіце карані ўраўнення $\frac{4}{x+1} - \frac{4}{1-x} = 3$
4. Знайдзіце абсяг вызначэння функцыі $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$.
5. У прамавугольная трапецыі меньшая аснова роўна 12 см, радыус упісанай акружнасці роўны 8 см. Знайдзіце плошчу трапецыі.

Варыянт 2

1. Адзначце правільную роўнасць:

   а) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{m+n}{2k}$; б) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{m+n}{k}$;

   в) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{mn}{k}$; г) $\frac{m}{k} + \frac{n}{k} = \frac{mn}{k^2}$;

2. У трохвугольніку ABC $<C$=90°, $\sin A = \frac{3}{8}$, AB=24 см. Знайдзіце даўжыню катэта BC.
3. Знайдзіце карані ўраўнення $\frac{8}{3-x} - \frac{8}{x+3} = 5$
4. Знайдзіце абсяг вызначэння функцыі $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$.
5. У прамавугольная трапецыі большая аснова роўна 24 см, радыус упісанай акружнасці роўны 6 см. Знайдзіце плошчу трапецыі.

Контрольная работа
для проведения вступительных испытаний по математике
в X класс в ГУО «Минское областное кадетское училище»

Вариант 1

1. ***Выберите верное равенство:***

а) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{2c}$; б) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$; в) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$; г) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c^2}$.

Решение.

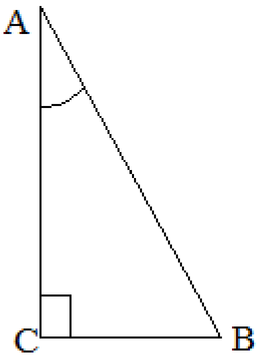
б) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ – верное равенство.

Чтобы сложить 2 дроби с одинаковыми знаменателями, необходимо сложить их числители, а знаменатель оставить тот же.

Ответ: б) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

2. ***В треугольнике ABC ∠C = 90°, AB = 6 см, cos A = $\frac{2}{3}$. Найдите длину катета AC.***

Пример оформления решения.



Дано: ΔABC, ∠C = 90°, AB = 6 см, cos A = $\frac{2}{3}$.

Найти: AC.

Решение:

1) По определению косинуса острого угла прямоугольного треугольника cos A = $\frac{AC}{AB}$.

2) Составим уравнение:

$\frac{2}{3} = \frac{AC}{6}$

3AC = 2·6

AC = 12:3

AC = 4 (см).

Ответ: AC = 4 см.

3. ***Найдите корни уравнения $\frac{4}{x+1} - \frac{4}{1-x} = 3$.***

Решение.

Приводим к общему знаменателю левую часть уравнения

$$\frac{4(1-x)-4(x+1)}{(x+1)(1-x)} = 3$$

$$\frac{4-4x-4x-4}{(x+1)(1-x)} = 3$$

$$\frac{-8x}{(x+1)(1-x)} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x = 3(x+1)(1-x) \\ x \neq -1, \; x \neq 1; \end{cases}$$

Отдельно решаем первое уравнение системы:

$-8x = 3(x+1)(1-x)$

Применяем формулу разности квадратов к правой части уравнения:

$-8x = 3(1 - x^2)$

$-8x = 3 - 3x^2$

$3x^2 - 8x - 3 = 0$

$D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 64 + 36 = 100,$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 10}{2 \cdot 3} = \left[\begin{array}{l} 3, \\ -\frac{1}{3}. \end{array}\right.$$

Продолжаем решение системы:

$$\begin{cases} -8x = 3(x+1)(1-x) \\ x \neq -1, \; x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 3, \\ x = -\frac{1}{3}, \end{array}\right. \\ x \neq -1, \; x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3, \\ x = -\frac{1}{3}. \end{array}\right.$$

Ответ: $3; -\frac{1}{3}$.

4. ***Найдите область определения функции f(x) =*** $\sqrt{2x - x^2}$.

Областью определения функции называется множество значений аргумента (переменной x), на котором можно задать (вычислить ее значение) эту функцию.

1) Подкоренное выражение должно быть неотрицательным: $2x - x^2 \geq 0$.

2) Применяем метод интервалов. Рассмотрим функцию $y = 2x - x^2$.
Найдем нули функции $y = 2x - x^2$. Для этого вместо переменной y подставим нуль и решим квадратное уравнение:
$2x - x^2 = 0$
$x(2 - x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=2. \end{array}\right.$

3) Построим схему графика функции $y = 2x - x^2$.

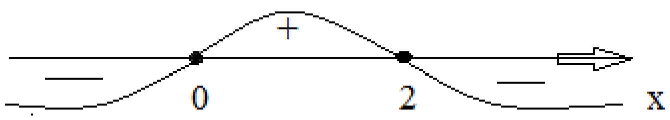


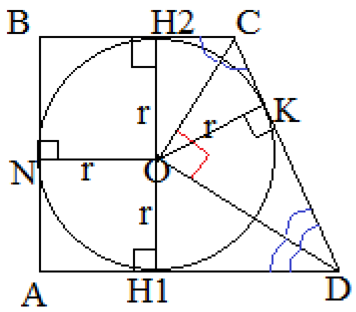
Рис.1

$y \geq 0$ при $x \in [0;\ 2]$.

4) D (f) =$[0;\ 2]$.

Ответ: D (f) =[0; 2].

5. *В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 12 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найдите площадь трапеции.*



Пример оформления решения.

Дано: ABCD - трапеция, $\angle A = \angle B = 90°$, BC = 12 см, w(O; r) – окружность, вписанная в трапецию, r = 8 см.

Найти: S_{ABCD}.

Решение:

1) Так как окружность вписана в трапецию, то стороны трапеции являются отрезками касательных к окружности. Проведем из центра O окружности диаметр H_1H_2 в точки касания со сторонами BC и AD, а также радиусы ON и OK в точки касания со сторонами трапеции AB и CD соответственно. Радиусы, проведенные в точки касания, перпендикулярны касательным.
2) H_1H_2 – диаметр окружности, $H_1H_2 = 2r = 2 \cdot 8$ см = 16 см. H_1H_2 – высота трапеции.
3) Так как $\angle N = \angle B = \angle H_2 = 90°$, то NBH_2O – прямоугольник. А так как $ON = H_2O = r$, то NBH_2O – квадрат. Значит $BH_2 = ON = 8$ см. $H_2C = BC - BH_2 = 12$ см – 8 см = 4 см.
4) $H_2C = CK = 4$ см – по свойству отрезков касательных, проведенных из одной точки к окружности.
5) $O = CO \cap OD$, где CO и OD – биссектрисы трапеции.
6) Так как BC∥AD, CD – их секущая, то $\angle BCD + \angle CDA = 180$ (как сумма внутренних односторонних углов). $\angle OCD + \angle CDO = \frac{1}{2}\angle BCD + \frac{1}{2}\angle CDA = 90°$. Тогда $\angle COD = 90°$.
7) OK – высота прямоугольного треугольника COD, проведенная из вершины прямого угла. По свойству такой высоты $OK^2 = CK \cdot KD$.
   $8^2 = 4 \cdot KD$
   $KD = 64:4$
   KD = 16 (см).
8) $KD = H_1D = 16$ (см) - – по свойству отрезков касательных, проведенных из одной точки к окружности. NOH_1A – квадрат. Значит $H_1A = ON = 8$ см. $AD = AH_1 + H_1D = 8$ см + 16 см = 24 см.
9) $S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot H_1H_2 = \frac{12+24}{2} \cdot 16 = 36 \cdot 8 = 288$ (см^2).

Ответ: 288 см^2.

Вариант 2

1. ***Выберите верное равенство:***

а) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{m+n}{2k}$; б) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{m+n}{k}$; в) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{mn}{k}$; г) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{m+n}{k^2}$; Решение.

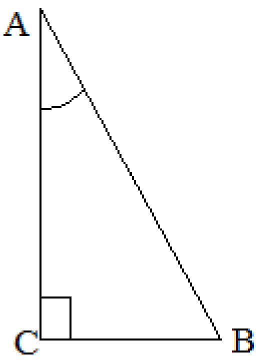
б) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{m+n}{k}$ – верное равенство.

Чтобы сложить 2 дроби с одинаковыми знаменателями, необходимо сложить их числители, а знаменатель оставить тот же.

Ответ: б) $\frac{m}{k}+\frac{n}{k}=\frac{m+n}{k}$.

2. ***В треугольнике ABC ∠C = 90°, sin A = $\frac{3}{8}$, AB = 24 см. Найдите длину катета BC.***

Пример оформления решения.



Дано: ΔABC, ∠C = 90°, sin A = $\frac{3}{8}$, AB = 24 см.

Найти: BC.

Решение:

3) По определению синуса острого угла прямоугольного треугольника sin A = $\frac{CB}{AB}$.

4) Составим уравнение:

$\frac{3}{8}=\frac{CB}{24}$

8CB = 3·24

CB = 72:8

CB = 9 (см).

Ответ: CB = 9 см.

3. ***Найдите корни уравнения $\frac{8}{3-x}-\frac{8}{x+3}=5$.***

Решение.

Приводим к общему знаменателю левую часть уравнения

$$\frac{8(x+3)-8(3-x)}{(3-x)(x+3)}=5$$

$$\frac{8x+24-24+8x}{(3-x)(x+3)}=5$$

$$\frac{16x}{(3-x)(x+3)}=\frac{5}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}16x=5(3-x)(x+3)\\ x\neq 3,\ \ x\neq -3;\end{cases}$$

Отдельно решаем первое уравнение системы:

$16x = 5(3 - x)(x + 3)$

Применяем формулу разности квадратов к правой части уравнения:

$16x = 5(9 - x^2)$

$16x = 45 - 5x^2$

$5x^2 + 16x - 45 = 0$

$D = 256 - 4 \cdot 5 \cdot (-45) = 256 + 900 = 1156 = 4 \cdot 289 = (2 \cdot 17)^2 = 34^2$,

$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 34}{2 \cdot 5} = \left[\begin{array}{l} -5, \\ 1{,}8. \end{array}\right.$

Продолжаем решение системы:

$$\begin{cases} 16x = 5(3 - x)(x + 3) \\ x \neq 3, \;\; x \neq -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -5, \\ x = 1{,}8, \end{array}\right. \\ x \neq 3, \;\; x \neq -3; \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5, \\ x = 1{,}8. \end{array}\right.$$

Ответ: -5; 1,8.

4. ***Найдите область определения функции f(x) =*** $\sqrt{3x - x^2}$.

Областью определения функции называется множество значений аргумента (переменной x), на котором можно задать (вычислить ее значение) эту функцию.

1) Подкоренное выражение должно быть неотрицательным: $3x - x^2 \geq 0$.

2) Применяем метод интервалов. Рассмотрим функцию $y = 3x - x^2$.
   Найдем нули функции $y = 3x - x^2$. Для этого вместо переменной y подставим нуль и решим квадратное уравнение:
   $3x - x^2 = 0$
   $x(3 - x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=3. \end{array}\right.$
3) Построим схему графика функции $y = 3x - x^2$.

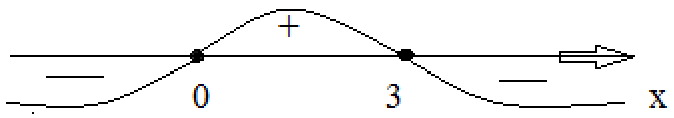


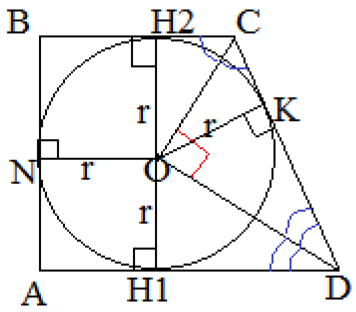
Рис. 2

$y \geq 0$ при $x \in [0;\ 3]$.

4) D (*f*) =[0; 3].

Ответ: D (*f*) =[0; 3].

5. В прямоугольной трапеции большее основание равно 24 см, радиус вписанной окружности равен 6 см. Найдите площадь трапеции.



Пример оформления решения.

Дано: ABCD - трапеция, ∠A = ∠B = 90°, AD = 24 см, w(O; r) – окружность, вписанная в трапецию, r = 6 см.

Найти: S_{ABCD}.

Решение:

1) Так как окружность вписана в трапецию, то стороны трапеции являются отрезками касательных к окружности. Проведем из центра O окружности диаметр H_1H_2 в точки касания со сторонами BC и AD, а также радиусы ON и OK в точки касания со сторонами трапеции AB и CD соответственно. Радиусы, проведенные в точки касания, перпендикулярны касательным.
2) H_1H_2 – диаметр окружности, $H_1H_2 = 2r = 2 \cdot 6$ см = 12 см. H_1H_2 – высота трапеции.
3) Так как $\angle N = \angle A = \angle H_1 = 90°$, то NAH_1O – прямоугольник. А так как $ON = H_1O = r$, то NAH_1O – квадрат. Значит $AH_1 = ON = 6$ см. $H_1D = AD - AH_1 = 24$ см – 6 см = 18 см.
4) $H_1D = KD = 18$ см – по свойству отрезков касательных, проведенных из одной точки к окружности.
5) $O = CO \cap OD$, где CO и OD – биссектрисы трапеции.
6) Так как BC∥AD, CD – их секущая, то ∠BCD + ∠CDA = 180 (как сумма внутренних односторонних углов). $\angle OCD + \angle CDO = \frac{1}{2}\angle BCD + \frac{1}{2}\angle CDA = 90°$. Тогда ∠COD = 90°.
7) OK – высота прямоугольного треугольника COD, проведенная из вершины прямого угла. По свойству такой высоты $OK^2 = CK \cdot KD$.
   $6^2 = CK \cdot 18$
   CK = 36:18
   CK = 2 (см).
8) $CK = H_2C = 2$ (см) - – по свойству отрезков касательных, проведенных из одной точки к окружности. NOH_2B – квадрат. Значит $H_2B = ON = 6$ см. $BC = BH_2 + H_2C = 6$ см + 2 см = 8 см.
9) $S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot H_1H_2 = \frac{8+24}{2} \cdot 12 = 32 \cdot 6 = 192$ (см^2).

Ответ: 192 см^2.